Prüfungshefte

MATHEMATIK

2025

ABITUR GK

Hessen

Lernheft inklusive

- Original-Prüfungen
- ausführliche Musterlösungen

Prüfungshefte

INFO ZUR LESEPROBE

Diese Vorschau gibt Ihnen einen Einblick in unser Vorbereitungsheft:

Abitur Mathematik GK Hessen 2025

Zum Online-Shop:

www.pruefungshefte.de

Prüfungshefte Verlag
L&K development GmbH

INHALT

VORWORT

Liebe Schülerinnen und liebe Schüler,

in diesem Prüfungsheft stehen die drei Original-Prüfungen des Mathematik Abitur Grundkurses (WTR) in Hessen von 2022, 2023 und 2024 als Prüfungssimulationen zur Verfügung. Die Prüfung von 2021 ist zudem online verfügbar.

In den Jahren 2022 und 2023 wurden aufgrund der Corona-Pandemie Sonderregeln eingeführt. Diese beinhalteten den Wegfall eines Themengebiets, nämlich der Analytischen Geometrie oder der Stochastik, und keine Wahlvorschläge bei den hilfsmittelfreien Aufgaben. Seit 2024 müssen wieder alle drei Sachgebiete bearbeitet werden. Die vorgesehene Bearbeitungszeit ist in diesem Fall natürlich anders.

Unser Tipp: Am Tag vor der Prüfung lernst du nichts Neues mehr. Sorge für einen unaufgeregten Tag. Keine Druckbetankung mit Lernstoff, keine Partys und kein starker Medienkonsum. Geh zeitig ins Bett und schlaf dich aus.

Und vergiss nicht, befolge bei der Prüfungsvorbereitung immer die drei großen Buchstaben des Erfolgs:

T U N

Wir wünschen euch viel Erfolg bei euren Prüfungen!

Fehler gefunden? Auch wir können mal einen Fehler machen. Melde diese gerne unter: fehler@pruefungshefte.de

Dieses Lernheft wird bereitgestellt durch:

abitur-hessen.de / Prüfungshefte Verlag

CHECKLISTE

Mit unseren Lernheften versuchen wir dir eine möglichst präzise Prüfungsvorbereitung zu ermöglichen, aber das Lernen können wir dir leider trotzdem nicht abnehmen.

Unsere Empfehlung

Die Mathe-Prüfung setzt stark auf dein allgemeines Verständnis und Anwendung des Wissens auf Transferfragen, also das Übertragen von mathematischen Formeln und Vorgehensweisen auf Textaufgaben. Hier lohnt es sich besonders, mit alten Aufgaben zu üben und gut mit dem Aufbau der Prüfung vertraut zu sein. Im Folgenden sind alle Themen aufgelistet, welche in der Prüfung vorkommen können.

☺	😐	☹	THEMA
			Integralrechnung
			Differenzialrechnung
			Funktionenscharen
			Lineare Gleichungssysteme
			Orientieren und Bewegen im Raum
			Geraden und Ebenen im Raum
			Analytische Geometrie
			Grundlegende Begriffe der Stochastik
			Berechnung von Wahrscheinlichkeiten
			Wahrscheinlichkeitsverteilungen *Hinweis: Das Stichwort „kumulierte Binomialverteilung (Berechnen auch mit digitalen Werkzeugen)“ beinhaltet insbesondere auch die inverse Fragestellung.*
			Hypothesentests (für binomialverteilte Zufallsgrößen) *Hinweis: Hier ist auch die Bestimmung des Ablehnungsbereichs beim Hypothesentest mit dem WTR/CAS gemeint.*

Zentrale schriftliche Abiturprüfung

Prüfungssimulation 2022

Original-Prüfung 2022

Hilfsmittel Nachschlagewerk zur Rechtschreibung der deutschen Sprache, eine Liste der fachspezifischen Operatoren

Hilfsmittel nicht für Aufgabenstellung 1: Formelsammlung, die an der Schule eingeführt ist, wissenschaftlich-technischer Taschenrechner, der nicht programmierbar und nicht grafikfähig ist

Bearbeitungszeit 255 Minuten inkl. Lese- und Auswahlzeit

Prüfungsteil 1 (45 Minuten)

Aufgabenstellung 1

Thema/Inhalt: hilfsmittelfreier Teil

Hinweis: Aufgabenstellung 1 ist ein Pflichtvorschlag. Nach Ablauf der Bearbeitungszeit von Prüfungsteil 1 und dem anschließenden Zählen der Wörter geben Sie den Vorschlag und Ihre Bearbeitung ab. Anschließend werden die Aufgabenvorschläge für Prüfungsteil 2 sowie die zugelassenen Hilfsmittel bereitgestellt und die Bearbeitungszeit von Prüfungsteil 2 beginnt.

Prüfungsteil 2 (210 Minuten)

Aufgabenstellung 2

Thema/Inhalt: Analysis

Hinweis: Wählen Sie eine der beiden Aufgaben 2.1 oder 2.2 zur Bearbeitung aus.

Aufgabenstellung 3

Thema/Inhalt: Analytische Geometrie **oder** Stochastik

Hinweis: Bearbeiten Sie eine der Aufgaben.

In der Original-Prüfung konnte die Lehrkraft eine der Stochastik Aufgabenvorschläge abwählen.

1 Hilfsmittelfreier Teil

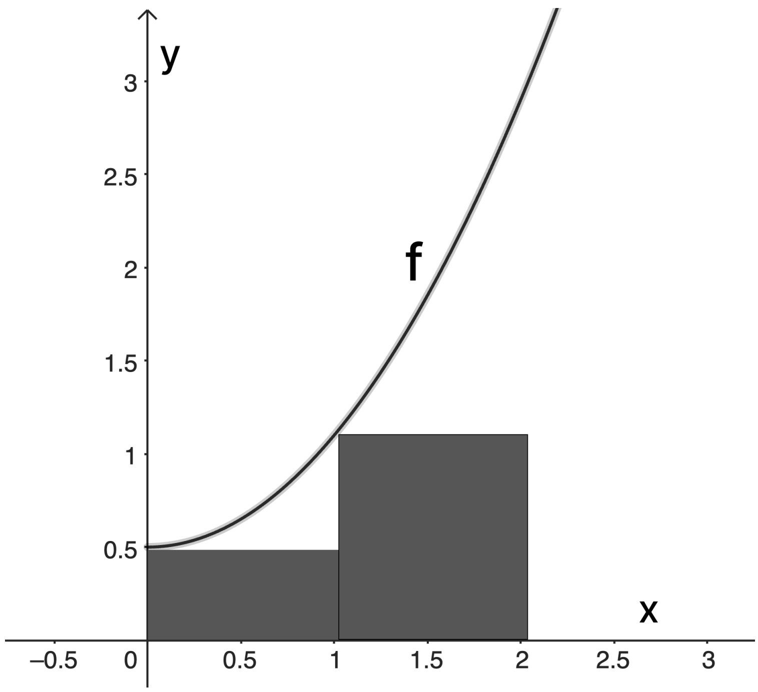
Analysis - Niveau 1

1. Gegeben ist die Funktion f mit $f(x) = \frac{3}{4}x^2 + \frac{1}{2}$. Der Graph von f ist in der Abbildung im Material dargestellt.

   1.1. Berechnen Sie den Inhalt der Fläche zwischen dem Graphen von f und der x-Achse im Intervall $[0; 2]$ näherungsweise durch den Flächeninhalt der im Material eingezeichneten Rechtecke. (2 BE)

   1.2. Berechnen Sie den exakten Wert des Inhalts der Fläche zwischen dem Graphen von f und der x-Achse im Intervall $[0; 2]$. (2 BE)

   1.3. Lea ist der Meinung, dass die Näherung sehr ungenau ist. Sie behauptet: "Der Näherungswert aus Aufgabe 1.1 weicht um mehr als 30% vom exakten Wert aus Aufgabe 1.2 ab."
   Geben Sie an, ob Leas Behauptung wahr oder falsch ist. (1 BE)



Stochastik – Niveau 1

2. Zwei Schützen zielen auf eine Scheibe.

   2.1. Schütze 1 trifft die Scheibe mit einer Trefferwahrscheinlichkeit von $p_1 = \frac{2}{3}$. Berechnen Sie die Wahrscheinlichkeit dafür, dass er bei drei Schüssen die Scheibe mindestens zweimal trifft. (3 BE)

   2.2. Bei Schütze 2 beträgt die Wahrscheinlichkeit, dass er bei zwei Schüssen die Scheibe beide Male trifft, $\frac{9}{25}$. Bestimmen Sie seine Trefferwahrscheinlichkeit p_2. (2 BE)

Lineare Algebra/Analytische Geometrie – Niveau 1

3. In einem mathematischen Modell wird im Punkt $A(1|-3|0)$ senkrecht zum Erdboden ein 10 Meter hoher Fahnenmast errichtet. Der Erdboden befindet sich in der x-y-Ebene, wobei eine Längeneinheit einem Meter entspricht. Die Koordinaten des Schattenpunktes S der Mastspitze auf dem Boden zu einem bestimmten Zeitpunkt lauten $S(9|3|0)$.

   3.1. Berechnen Sie die Länge des Schattens des Fahnenmastes auf dem Boden. (2 BE)

   3.2. Ermitteln Sie einen Vektor, der die Richtung der Sonnenstrahlen beschreibt. (2 BE)

   3.3. Zu einem anderen Zeitpunkt ändert sich die z-Koordinate des Sonnenstrahlvektors bei gleichbleibender x- und y-Koordinate so, dass der Schatten des Fahnenmastes auf dem Boden länger wird. Geben Sie ein mögliches Beispiel für einen solchen Sonnenstrahlvektor an. (1 BE)

Lineare Algebra/Analytische Geometrie – Niveau 2

4. Die Positionen zweier hier vereinfachend als punktförmig angenommener Rettungshubschrauber 1 und 2 können während ihrer gleichzeitig stattfindenden Flüge im Zeitraum $0 \leq t \leq 4$ durch die Koordinaten $H_1(2t+4|2t+5|0,3)$ und $H_2(3t+4|2t+2|0,3)$ beschrieben werden, wobei eine Längeneinheit $1\mathrm{km}$ entspricht und t die Zeit in Minuten angibt.

   4.1. Die beiden Rettungshubschrauber bewegen sich im betrachteten Zeitraum auf geradlinigen Flugrouten. Geben Sie die entsprechende Geradengleichung für Hubschrauber 1 an. (1 BE)

   4.2. Leiten Sie die Formel $d = \sqrt{t^2+9}$ für den Abstand der beiden Hubschrauber in Abhängigkeit von der Zeit t her. (2 BE)

   4.3. Begründen Sie mithilfe der Formel aus Aufgabe 4.2 ohne weitere Rechnung, zu welchem Zeitpunkt der Abstand der beiden Hubschrauber im betrachteten Zeitraum maximal ist. (2 BE)

ABITUR GK 2022

MUSTERLÖSUNG

1 Hilfsmittelfreier Teil

1. **Analysis - Niveau 1**

   1.1. Die in der Abbildung abgebildeten Rechtecke habe je die Breite 1 und die Höhe $f(0)$ bzw. $f(1)$. Wir setzen also 0 und 1 in die Funktionsgleichung von f ein:

   $$\begin{aligned} f(0) &= \frac{3}{4}\cdot 0^2 + \frac{1}{2} = \frac{1}{2} \\ f(1) &= \frac{3}{4}\cdot 1^2 + \frac{1}{2} = \frac{5}{4} \end{aligned}$$

   Daraus ergibt sich für den Flächeninhalt der beiden Rechtecke

   $$A_{Gesamt} = 1\cdot\frac{1}{2} + 1\cdot\frac{5}{4} = 1,75$$

   Der Flächeninhalt zwischen f und der x-Achse im Intervall $[0,2]$ beträgt also näherungsweise $1,75$ FE (Flächeneinheiten).

   1.2. Den exakten Wert können wir berechnen, indem wir f in den Grenzen von 0 bis 2 integrieren:

   $$\begin{aligned} \int_0^2 f(x)\,\mathrm{d}x &= \int_0^2 \frac{3}{4}\cdot x^2 + \frac{1}{2}\,\mathrm{d}x \\ &= \left[\frac{3}{4}\cdot\frac{1}{3}x^3 + \frac{1}{2}x\right]_0^2 \\ &= \left[\frac{1}{4}x^3 + \frac{1}{2}x\right]_0^2 \\ &= \left(\frac{8}{4} + \frac{1}{2}\cdot 2\right) - \left(\frac{1}{4}\cdot 0^3 + \frac{1}{2}\cdot 0\right) \\ &= 2 + 1 - 0 = 3 \end{aligned}$$

   Der Inhalt der Fläche zwischen dem Graphen von f und der x-Achse im Intervall $[0;2]$ beträgt also 3 FE.

   1.3. Die Abweichung beträgt

   $$\frac{3-1,75}{3} = \frac{1,25}{3} > \frac{1}{3} = 33,\overline{3}\% > 30\%$$

   Leas Behauptung ist also wahr.

2. **Stochastik - Niveau 1**

2.1. Für jeden Wurf gibt es die möglichen Ereignisse "Treffer"(T) und "kein Treffer"(K) mit den Wahrscheinlichkeiten

$$P(T) = p_1 = \frac{2}{3} \quad \text{und} \quad P(K) = 1 - p_1 = \frac{1}{3}$$

Damit der Schütze die Scheibe mindestens 2 der 3 Male trifft, muss einer der Folgenden Ereignisketten eintreffen: TTT, TTK, TKT oder KTT. Aus den Einzelwahrscheinlichkeiten dieser Möglichkeiten können wir nun die Gesamtwahrscheinlichkeit berechnen:

$$\begin{aligned} P_{gesamt} &= P(\text{TTT}) + P(\text{TTK}) + P(\text{TKT}) + P(\text{KTT}) \\ &= \frac{2}{3} \cdot \frac{2}{3} \cdot \frac{2}{3} + \frac{2}{3} \cdot \frac{2}{3} \cdot \frac{1}{3} + \frac{2}{3} \cdot \frac{1}{3} \cdot \frac{2}{3} + \frac{1}{3} \cdot \frac{2}{3} \cdot \frac{2}{3} = \underline{\underline{\frac{20}{27}}} \end{aligned}$$

2.2. Wenn p_2 die Trefferwahrscheinlichkeit von Schütze 2 ist, also die Wahrscheinlichkeit, dass er bei einmaligem Wurf trifft, dann ist die Wahrscheinlichkeit, dass er bei zwei von zwei Würfen trifft, $p_2 \cdot p_2 = p_2^2$.

$$\begin{aligned} &\Rightarrow p_2^2 = \frac{9}{25} \\ {}^{*} &\Rightarrow p_2 = \sqrt{\frac{9}{25}} = \frac{3}{5} = 0,6 = \underline{\underline{60\%}} \end{aligned}$$

**Natürlich ist auch $p_2 = -0,6$ eine Lösung der Gleichung, diese ist im Sachzusammenhang allerdings nicht sinnvoll und wird deshalb an dieser Stelle außenvor gelassen.*

3. **Lineare Algebra/Analytische Geometrie – Niveau 1**

3.1. Die Länge des Schattens entspricht dem Abstand zwischen den Punkten A und S. Diesen können wir mit der bekannten Abstandsformel berechnen:

$$\begin{aligned} d(A,S) &= \sqrt{(a_1 - s_1)^2 + (a_2 - s_2)^2 + (a_3 - s_3)^2} \\ &= \sqrt{(1-9)^2 + (-3-3)^2 + (0-0)^2} \\ &= \sqrt{64 + 36} = \sqrt{100} = 10 \end{aligned}$$

Da eine Längeneinheit einem Meter entspricht, beträgt die Länge des Schattens also 10 Meter.

3.2. Da der Mast 10 Längeneinheiten hoch ist und auf $A(1|-3|0)$ errichtet wurde, befindet sich die Spitze des Mastes bei $B(1|-3|10)$. Ein Vektor in Richtung der Sonnenstrahlen wäre also der Vektor, der von B nach S zeigt, also $\overrightarrow{BS}$. Diesen können wir berechnen durch:

$$\overrightarrow{BS} = \overrightarrow{OS} - \overrightarrow{OB} = \begin{pmatrix} 9 \\ 3 \\ 0 \end{pmatrix} - \begin{pmatrix} 1 \\ -3 \\ 10 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 9-1 \\ 3-(-3) \\ 0-10 \end{pmatrix} = \underline{\underline{\begin{pmatrix} 8 \\ 6 \\ -10 \end{pmatrix}}}$$

3.3. Damit der Schatten länger wird, muss der Anstieg des Vektors in z-Richtung größer werden (größer, da der Anstieg negativ ist). Wenn man von Spitze des Fahnenmastes ausgeht, "hängt"das Ende des Vektors dann quasi in der Luft, wodurch sich der Schattenpunkt weiter vom Mast entfernt. Ein möglichen Beispiel für den neuen Sonnenstrahlvektor wäre

$$\vec{v} = \begin{pmatrix} 8 \\ 6 \\ -9 \end{pmatrix}$$

Bemerkung: Da der Vektor nur die Richtung angibt, ist die Länge des Vektors hier nicht relevant. Dadurch können wir auch die z-Koordinate ändern, ohne die x- oder y-Koordinate anpassen zu müssen.

4. **Lineare Algebra/Analytische Geometrie – Niveau 2**

4.1. Für eine Geradengleichung der Flugbahn von Hubschrauber 1 brauchen wir einen beliebigen Punkt der Gerade (im Folgenden nehmen wir den Punkt bei $t = 0$) und einen Richtungsvektor, also einen Vektor zwischen zwei beliebigen Punkten auf der Gerade (im Folgenden nehmen wir dafür die Punkte bei $t = 0$ und $t = 1$). Eine mögliche Geradengleichung wäre also

$$\begin{aligned} g : \vec{x} &= \begin{pmatrix} 2 \cdot 0 + 4 \\ 2 \cdot 0 + 5 \\ 0,3 \end{pmatrix} + s \cdot \begin{pmatrix} (2 \cdot 1 + 4) - (2 \cdot 0 + 4) \\ (2 \cdot 1 + 5) - (2 \cdot 0 + 5) \\ 0,3 - 0,3 \end{pmatrix} \\ &= \begin{pmatrix} 4 \\ 5 \\ 0,3 \end{pmatrix} + s \cdot \begin{pmatrix} 2 \\ 2 \\ 0 \end{pmatrix} \end{aligned}$$

4.2. Den Abstand zwischen den Hubschraubern zum Zeitpunkt t können wir berechnen, indem wir die Länge des Vektors $\overrightarrow{H_1H_2}$ (zum Zeitpunkt t) ermitteln:

$$\begin{aligned} \overrightarrow{H_1H_2} = \overrightarrow{OH_2} - \overrightarrow{OH_1} &= \begin{pmatrix} 2t + 4 \\ 2t + 5 \\ 0,3 \end{pmatrix} - \begin{pmatrix} 3t + 4 \\ 2t + 2 \\ 0,3 \end{pmatrix} \\ &= \begin{pmatrix} 2t + 4 - (3t + 4) \\ 2t + 5 - (2t + 2) \\ 0,3 - 0,3 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -t \\ 3 \\ 0 \end{pmatrix} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \Rightarrow \left|\overrightarrow{H_1H_2}\right| &= \left|\begin{pmatrix} -t \\ 3 \\ 0 \end{pmatrix}\right| \\ &= \sqrt{(-t)^2 + 3^2 + 0^2} = \sqrt{t^2 + 9} = d \end{aligned}$$

4.3. Der Abstand d zwischen den Hubschraubern ist genau dann am größten, wenn der Term unter der Wurzel und damit wenn t^2 am größten ist. Da t in unserer Aufgabe positiv definiert ist, ist dies bei dem Maximum von t, also bei $t = 4$ der Fall.